

視覚情報記号論レジメ 6

名古屋市立大学 2015 年度講義

久木田水生

1 記号と計算

20 世紀の初頭、計算という概念を記号体系によって確立する試みが数学者、論理学者たちによって行われた。アラン・チューリング (1912-1954) は現在チューリングマシンとして知られる仮想的・理想的な機械を考案した。これはマスに分かれた細長いテープと、その上を移動しながらマスの記号を読み取ったり、マス目に記号を書き込んだりする実行部分と、機械の内部状態を記憶するメモリから構成されている。チューリングマシンに対しては「現在、実行部分が置かれているマスの記号が・・・であり、かつ内部状態が・・・であれば、現在のマスに・・・の記号を書き込んで、テープ状の位置を・・・方向に一マス移動し (または現在のマスに留まり)、内部状態を・・・に変化させよ」という仕方で命令を与えることができる。このような命令をひとまとまりにしたものを**プログラム**という。チューリングマシンが動作を開始するときのテープの状態を**入力**という。チューリングマシンの内部状態には**停止状態**と呼ばれるものがあり、あるプログラムの実行中に内部状態が停止になったとき、そのプログラムの実行は終了する。その時のテープの状態を**出力**という。チューリングマシンのプログラムは一定の入力に対して一定の出力を対応させる**関数**と見なすことができる。実際にテープの状態に適切な解釈を与えることによって、チューリングマシン (とそのプログラム) は様々な算術的計算を行うものとみなすことができる。

2 計算可能性

チューリングマシンでは例えば加減乗除などの算術的計算を実行することができる。複雑なプログラムを与えることによってより高度な関数を実行することもできるし、テープ上の記号を適切に解釈することで、文字列や配列など、数値以外のデータを処理することもできる。これはコンピューターの中ではすべてのデータが 0 と 1 の組み合わせでできていることと同様である。さらにチューリングマシンのプログラム自体を入力として受け取り、与えられたプログラムを実行するようなプログラムを書くこともできる。このプログラムを与えられたチューリングマシンを汎用チューリングマシンと呼ぶ。これは現在のコンピューターがソフトウェアをインストールすることで異なるアプリケーションを実行できるのと同様である。実際、現在のコンピューターにできることは原理的にはチューリングマシンにできることを超えていない。

しかしチューリングマシンにも限界はある。答えは明確に決まっているのだがチューリングマシンでは計算できない関数、答が出せない問題が存在するのである。例えば任意のチューリングマシンのプログラムについて、それがある入力を与えられたときに、正常に停止するかどうか、という問題がある。これを**停止問題**という。停止問題はチューリングマシンでは解決できないことが知られている。